

Solução

Efetuada o produto AB , vem:

$$AB = \begin{bmatrix} 9 & 5 \\ 7 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & n \\ m & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36 + 5m & 9n + 45 \\ 28 + 4m & 7n + 36 \end{bmatrix}$$

Mas AB deve ser igual a I , isto é:

$$\begin{bmatrix} 36 + 5m & 9n + 45 \\ 28 + 4m & 7n + 36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pela definição de igualdade de matrizes, deve-se ter:

$$36 + 5m = 1 \quad \therefore m = -7$$

$$28 + 4m = 0 \quad \therefore m = -7$$

$$9n + 45 = 0 \quad \therefore n = -5$$

$$7n + 36 = 1 \quad \therefore n = -5$$

Para que B seja inversa de A , deve-se ter $m = -7$ e $n = -5$.

De fato:

$$AB = \begin{bmatrix} 9 & 5 \\ 7 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -7 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

A.8.1 Problemas Propostos

Nos problemas de 1 a 3, calcular os valores de m e n para que as matrizes A e B sejam iguais.

$$1) \quad A = \begin{bmatrix} 8 & 15n \\ 12 + m & 3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 8 & 75 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2) \quad A = \begin{bmatrix} m^2 - 40 & n^2 + 4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 41 & 13 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$3) \quad A = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 4 & x^2 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 4 & 10x - 25 \end{bmatrix}$$

Dadas as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 8 \\ 4 & -1 & -6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & -7 & -9 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 0 & 9 & 8 \\ 1 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

- 4) Calcular $A + B$.
- 5) Calcular $B + C$.
- 6) Calcular $A + C$.
- 7) Calcular $A - B$.
- 8) Calcular $A - C$.
- 9) Calcular $B - C$.
- 10) Calcular $X = 4A - 3B + 5C$.
- 11) Calcular $X = 2B - 3A - 6C$.
- 12) Calcular $X = 4C + 2A - 6B$.

Nos problemas 13 a 15, efetuar a multiplicação das matrizes A e X .

$$13) \quad A = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$14) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -5 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$$

$$15) \quad A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -2 & 4 & 1 \\ 9 & -9 & 1 \end{bmatrix}$$

Dadas as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 7 & -4 & 1 \\ 5 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 1 \\ -3 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

- 16) Calcular AB .
- 17) Calcular $(AB)D$.
- 18) Calcular $A(BD)$.

$$13) \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ -5 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$14) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -5 & 7 \\ 3 & 9 & -8 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$15) \quad A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 2 & 8 \\ 0 & 1 & 3 & -6 \\ -2 & 4 & 5 & -7 \\ 9 & -9 & -8 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

Dadas as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \\ 7 & -4 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 & -7 \\ 6 & 2 & -8 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{e}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 & -8 \\ -3 & -1 & -1 & -3 \\ 4 & 1 & 9 & 0 \\ 5 & 3 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

16) Calcular AB .

17) Calcular $(AB)D$.

18) Calcular $A(BD)$.

- 19) Calcular BA .
- 20) Calcular $(BA)C$.
- 21) Calcular $B(AC)$.

Nos problemas de 22 a 26, verificar se a matriz B é inversa da matriz A .

$$22) A = \begin{bmatrix} -0,5 & -1,5 & 1 \\ -0,5 & -2,5 & 0,5 \\ -0,5 & -2 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} -12 & -4 & 14 \\ 2 & 0 & -2 \\ -2 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$23) A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & -6 \\ -4 & -6 & -6 \\ -4 & -4 & -2 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} -1,5 & 2 & -1,5 \\ 2 & -2,5 & 1,5 \\ -1 & 1 & -0,5 \end{bmatrix}$$

$$24) A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 0 \\ 2 & -6 & -2 \\ 10 & -8 & -4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -0,5 \\ 1,5 & -2 & 1 \\ -5,5 & 6,5 & -3,5 \end{bmatrix}$$

$$25) A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ -6 & -1 & -2 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 9 & 3 & 4 \\ -7 & 2 & 5 \\ 1 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$26) A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -2 \\ 2 & 8 & -4 \\ -2 & -14 & 6 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} -1 & 0,5 & 0 \\ -0,5 & -0,5 & -0,5 \\ -1,5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Nos problemas 2

$$27) A = \begin{bmatrix} m & -22 \\ -2 & n \end{bmatrix}$$

$$28) A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$$

A.8.2 Respostas o

1. $n = 5$ e $m = -6$

2. $m = \pm 9$ e $n = \pm$

3. $x = 5$

4 a 6. Roteiro: Esse

7 a 9. Roteiro: Esse

10 a 12. Roteiro: Esses

$$13. AX = \begin{bmatrix} 2x + 6y \\ -5x + 4y \end{bmatrix}$$

$$14. AX = \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 \\ -2x_1 - 5x_2 \\ 3x_1 + 9x_2 \end{bmatrix}$$

$$15. AX = \begin{bmatrix} -3x_1 + \\ -2x_1 + \\ 9x_1 - \end{bmatrix}$$

Nos problemas 27 e 28, calcular m e n para que a matriz B seja inversa da matriz A .

$$27) \quad A = \begin{bmatrix} m & -22 \\ -2 & n \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 22 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$$

$$28) \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 8 & m \\ n & 2 \end{bmatrix}$$

A.8.2 Respostas ou Roteiros para os Problemas Propostos

1. $n = 5$ e $m = -6$

2. $m = \pm 9$ e $n = \pm 3$

3. $x = 5$

4 a 6. Roteiro: Esses problemas se resolvem de forma análoga à do problema 2 do item A.8.

7 a 9. Roteiro: Esses problemas se resolvem de forma análoga à do problema 3 do item A.8.

10 a 12. Roteiro: Esses problemas se resolvem de forma análoga à do problema 4 do item A.8.

$$13. \quad AX = \begin{bmatrix} 2x + 6y \\ -5x + 4y \end{bmatrix}$$

$$14. \quad AX = \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ -2x_1 - 5x_2 + 7x_3 \\ 3x_1 + 9x_2 - 8x_3 \end{bmatrix}$$

$$15. \quad AX = \begin{bmatrix} -3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 8x_4 \\ x_2 + 3x_3 - 6x_4 \\ -2x_1 + 4x_2 + 5x_3 - 7x_4 \\ 9x_1 - 9x_2 - 8x_3 + 6x_4 \end{bmatrix}$$